

Nom et prénom :

Localité :

Mathématiques (75 minutes)

Pts

Note

Consignes :

- Les exercices 1 à 3 sont **obligatoires**.
- Résolvez à choix exactement **trois** autres exercices parmi les exercices 4 à 7.
- Reportez dans les cases ci-dessous les numéros des 3 exercices choisis.

- Tous les résultats doivent être justifiés (par un calcul, un raisonnement ou un dessin).
- Un résultat deviné ou obtenu par des essais successifs ne compte pas.
- Si nécessaire, les résultats doivent être arrondis à deux décimales.

Matériel autorisé :

- Une calculatrice non programmable et sans système de calcul formel CAS (computer algebra system) est la seule aide autorisée.

1. Développer et simplifier au maximum 6 pts

a) $(-2x \cdot x^3)^2 = (-2x^4)^2 = 4x^8$ 1,5 pts

b) $4x^2 - 5x - 2(x^2 + 3x - 1) = 4x^2 - 5x - 2x^2 - 6x + 2 = 2x^2 - 11x + 2$ 1,5 pts

c) $(3x - 1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$ 1,5 pts

d) $(x + 2)(3x - 1) - 5x = 3x^2 - x + 6x - 2 - 5x = 3x^2 - 2$ 1,5 pts

2. Résoudre les équations suivantes 6 pts

a) $9 - 6x = 2x + 3$ 2 pts

$$\begin{aligned} 9 - 6x &= 2x + 3 \\ 6 &= 8x \\ \mathbf{0,75} &= \mathbf{x} \end{aligned}$$

b) $\frac{3x-5}{2} = x - 0,5$ 2 pts

$$\begin{aligned} \frac{3x-5}{2} &= x - 0,5 \\ 3x - 5 &= 2x - 1 \\ \mathbf{x} &= \mathbf{4} \end{aligned}$$

c) $3(2x - 1) = 5(x - 1)$ 2 pts

$$\begin{aligned} 3(2x - 1) &= 5(x - 1) \\ 6x - 3 &= 5x - 5 \\ \mathbf{x} &= \mathbf{-2} \end{aligned}$$

3. Mobility

7 pts

L'entreprise Mobility facture la location de voiture selon la durée de location et la distance parcourue. L'abonnement Mobility, facturé 129 CHF par année, permet de bénéficier de tarifs plus avantageux.

Sans abonnement Mobility

- Tarif horaire : 3 CHF par heure
- Tarif kilométrique : 0,65 CHF par kilomètre

Avec abonnement Mobility

- Tarif horaire : 2 CHF par heure
- Tarif kilométrique : 0,55 CHF par kilomètre

- a) Marc possède un abonnement Mobility. Il loue une voiture pour rendre visite à sa sœur qui habite à 40 kilomètres du lieu de location. Il part à 14h30 et revient à 19h30. Quelle somme lui sera facturée pour cette location ?

2 pts

Coût pour une distance de 80 kilomètres (aller-retour) : $80 \cdot 0,55 \text{ CHF} = 44 \text{ CHF}$

Coût pour une durée de 5 heures : $5 \cdot 2 \text{ CHF} = 10 \text{ CHF}$

Réponse : Cette location sera facturée **54 CHF**

- b) Elise ne possède pas d'abonnement. Elle emprunte une voiture à 8h et retourne celle-ci à 14h. On lui facture 53,10 CHF. Quelle distance a-t-elle réalisé avec cette voiture ?

2 pts

Coût pour une durée de 6 heures : $6 \cdot 3 \text{ CHF} = 18 \text{ CHF}$

Coût pour la distance parcourue : $53,10 \text{ CHF} - 18 \text{ CHF} = 35,10 \text{ CHF}$

Distance parcourue : $35,10 \text{ CHF} / 0,65 = 54 \text{ km}$

Réponse : Elle a parcouru **54 kilomètres**

- c) Corentin ne possède pas d'abonnement. Il réalise fréquemment un trajet de 40 kilomètres qui lui coûte 35 CHF. Combien de fois par année, au minimum, doit-il réaliser ce trajet pour que l'achat d'un abonnement lui permette d'économiser de l'argent ?

3 pts

Coût pour une la distance parcourue (sans abo) : $40 \cdot 0,65 = 26$ CHF

Coût pour la durée (sans abo) : $35 \text{ CHF} - 26 \text{ CHF} = 9 \text{ CHF}$

Durée du trajet : $\frac{9 \text{ CHF}}{3 \text{ CHF}} = 3$ heures

Coût total d'un trajet avec abonnement : $40 \cdot 0,55 + 3 \cdot 2 = 28$ CHF

Nombre de trajets par an : x

Coût annuel total avec l'abonnement : $x \cdot 28 + 129$

Coût annuel total sans abonnement : $x \cdot 35$

Limite de rentabilité de l'abonnement :

$$x \cdot 28 + 129 = x \cdot 35$$

$$129 = 7x$$

$$18,43 \cong x$$

Réponse : Il économise de l'argent s'il réalise au minimum **19 fois** ce trajet.

4. Factoriser

7 pts

a) $6x^2 - 24x + 24 = 6(x^2 - 4x + 4) = 6(x - 2)^2$

2 pts

b) $2a^2b^3c - 14c^2b^3a + 49b^5a^2c^3 = ab^3c(2a - 14c + 49ab^2c^2)$

2 pts

c) $y^2 - y - 12 = (y - 4)(y + 3)$

2 pts

d) $7x + 56 = 7(x + 8)$

1 pts

5. Pourcentages

7 pts

Un magasin de tissus vend ses articles au mètre. Dans son assortiment, on trouve notamment les étoffes suivantes :

- Jersey à 12 CHF/m ;
- Viscose à 10 CHF/m.

En période de soldes, tous les prix des tissus baissent.

- a) Combien coûte le mètre de jersey pendant les soldes, si son prix diminue de 20% ?

1 pt

$$12 - \frac{20}{100} \cdot 12 = 12 - 2,4 = 9,60$$

Réponse : Le mètre de jersey coût **9,60 CHF** pendant les soldes.

- b) Le viscose coûte 8,50 CHF/m durant les soldes. A quelle diminution (en pourcents) cette baisse correspond-elle ?

1 pt

$$\begin{aligned} 10 - 8,50 &= 1,50 \\ 1,5 &= x\% \text{ de } 10 \\ 1,5 &= \frac{x}{100} \cdot 10 \\ \frac{1,5}{10} \cdot 100 &= x \\ 15 &= x \end{aligned}$$

Réponse : Il s'agit d'une diminution de **15%**.

- c) Durant les soldes, le prix du coton diminue de 25% pour valoir 7,05 CHF/m. Combien coûtait le mètre de coton avant les soldes ?

2 pts

$$\begin{aligned} x - 25\% \text{ de } x &= 7,05 \\ 75\% \text{ de } x &= 7,05 \\ 0,75x &= 7,05 \end{aligned}$$

$$x = 9,4$$

Réponse : Le mètre de coton coûtait **9,40 CHF** avant les soldes.

- d) Un client achète 5m de jersey et 6m de viscose avant les soldes. Combien aurait-il économisé s'il avait attendu les soldes ? Quel pourcentage de la facture totale cela représente-t-il ?

3 pts

$$\text{Prix avant les soldes : } 5 \cdot 12 + 6 \cdot 10 = 60 + 60 = 120 \text{ CHF}$$

$$\text{Prix pendant les soldes : } 5 \cdot 9,60 + 6 \cdot 8,50 = 48 + 51 = 99 \text{ CHF}$$

$$\text{Economie : } 120 - 99 = 21 \text{ CHF}$$

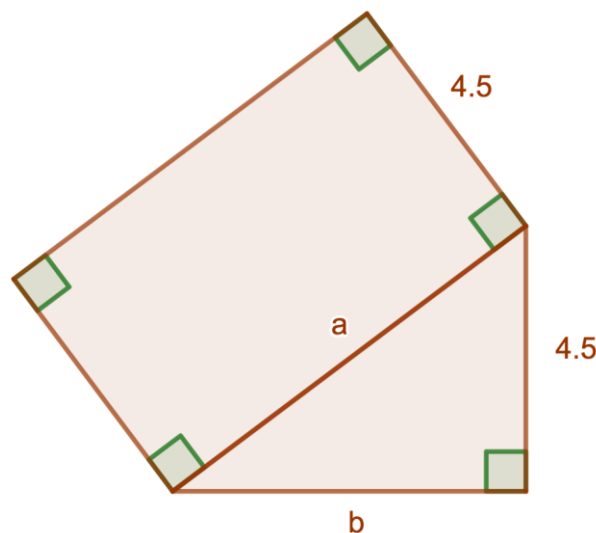
$$\text{Pourcentage : } \frac{21}{120} \cdot 100 = 17,5\%$$

Réponse : Il aurait économisé **21 CHF**, ce qui représente **17,5%** de la facture totale.

6. Piscine

7 pts

Vue du ciel, une piscine d'une profondeur de 2m a la forme d'un rectangle accolé à un triangle rectangle (mesures en mètres) :



- a) Sachant que le rectangle a une aire de $33,75m^2$, déterminer les valeurs de a et b.

3 pts

$$\begin{aligned} \text{Aire du rectangle} &= 33,75 = a \cdot 4,5 \\ \frac{33,75}{4,5} &= a = 7,5m \\ \text{Pythagore : } b^2 &= 7,5^2 - 4,5^2 = 36 \\ b &= \sqrt{36} = 6m \end{aligned}$$

Réponse : **a = 4,5m et b = 6m.**

- b) Quel est le volume de la piscine ?

2 pts

$$\begin{aligned} \text{Volume} &= \text{aire de la base} \cdot \text{hauteur} = (\text{aire du rectangle} + \text{aire du triangle}) \cdot 2 \\ \text{aire du rectangle} &= 33,75m^2 \\ \text{aire du triangle} &= \frac{6 \cdot 4,5}{2} = 13,5m^2 \\ \text{Volume} &= (33,75 + 13,5) \cdot 2 = 47,25 \cdot 2 = 94,5m^3 \end{aligned}$$

Réponse : La piscine a un volume de **94,5m³**.

- c) Le propriétaire de la piscine souhaite carreler l'intérieur du bassin. Quelle est la surface totale à carreler ?

2 pts

$$\begin{aligned} \text{Surface totale} &= \text{aire du fond} + \text{aire des côtés} \\ &= (47,25) + (4,5 \cdot 2 + 4,5 \cdot 2 + 7,5 \cdot 2 + 4,5 \cdot 2 + 6 \cdot 2) = 101,25m^2 \end{aligned}$$

Réponse : La surface totale à carreler est de **101,25m²**.

7. Appartement

7 pts

Un bâtiment contient 3 appartements locatifs :

- L'appartement A avec une surface de 100 m^2
- L'appartement B avec une surface de 60 m^2
- L'appartement C avec une surface de 150 m^2

Le propriétaire facture les charges annuelles aux locataires proportionnellement à la surface de leur appartement.

- a) Quel pourcentage des charges annuelles les locataires de l'appartement A doivent-ils payer ?

1 pts

Surface totale : $100 \text{ m}^2 + 60 \text{ m}^2 + 150 \text{ m}^2 = 310 \text{ m}^2$

Surface relative de l'appartement A : $100 \text{ m}^2 / 310 \text{ m}^2 \cong 32,26\%$

Réponse : Ils doivent payer **32,26 %** des charges

- b) En 2015, les locataires de l'appartement C ont payé 1050 CHF de charges. Quel montant a été facturé à l'appartement B ?

2 pts

Montant total des charges : $\frac{310 \text{ m}^2}{150 \text{ m}^2} \cdot 1050 \text{ CHF} = 2170 \text{ CHF}$

Montant des charges de l'appartement B : $\frac{60 \text{ m}^2}{310 \text{ m}^2} \cdot 2170 \text{ CHF} = 420 \text{ CHF}$

Réponse : Le montant facturé est **420 CHF**

- c) En 2016, les locataires de l'appartement A ont payé 360 CHF de plus que l'appartement B pour les charges. Quel montant a été facturé à l'appartement B ?

2 pts

Montant total des charges : x

Montant des charges de l'appartement A : $\frac{100}{310} \cdot x$

Montant des charges de l'appartement B : $\frac{60}{310} \cdot x$

Mise en équation :

$$\frac{60}{310} \cdot x + 360 = \frac{100}{310} \cdot x$$

$$360 = \frac{40}{310} \cdot x$$

$$2790 = x$$

Montant des charges de l'appartement B : $\frac{60}{310} \cdot 2790 = 540$

Réponse : Le montant facturé est **540 CHF**

- d) En 2018, l'appartement A a été agrandi de 50 m² supplémentaires. Les charges annuelles totales sont restées identiques à celles de l'année 2017. De quel pourcentage augmentent les charges de l'appartement A ?

2 pts

La réponse à cette question ne dépend pas du montant des charges de l'année 2017.

Surface relative de l'appartement A en 2017 : $100 \text{ m}^2 / 310 \text{ m}^2 \cong 32,26\%$

Surface relative de l'appartement A en 2018 : $150 \text{ m}^2 / 360 \text{ m}^2 \cong 41,67\%$

Rapport entre les charges de 2017 et 2018 : $41,67\% / 32,26\% \cong 129,17\%$

Augmentation relative des charges : $129,17\% - 100\% = 29,17\%$

Réponse : Les charges de l'appartement A augmentent de **29,17%**